

# CARVING V TEORII

Pro svého opravdu již dospělého synka [Radka](#) sepsal Milan Růžička.  
Val di Pejo, Itálie, v noci 13. – 14. února 2003.

## 1. Úvod

Také jste si nadělili „vykrojené lyže“? Jak krásný to tvar: klenuté čelo, objemná hrud' a tenký pas přecházející opět v široké boky. K čemu slouží ten božský dar a jak ovlivní vaši lyžařskou jízdu? Jakou technikou ten nástroj osedlat?

Jistě byste našli i další otázky. Ode mne nečekejte, že vám poradím s technikou divoké jízdy, na to jsem už pán v letech, i když, přiznávám, ještě rád se svezu (i divoce, pokud zdraví dovoluje). Ale o to více mě vzrušuje i podstata toho zázraku „ostře řezaného oblouku“. Pokud cítíte stejné napětí, pokochejte se níže ještě než vyjedete trochu odborným výkladem, neboť jistěže znalost teorie vás učiní v praxi daleko zkušenějšími. To jistě všichni znáte, vždyť i vám v začátcích všeznalí kamarádi dávali rady do života.

## 2. Základní popsané typy carvingové jízdy

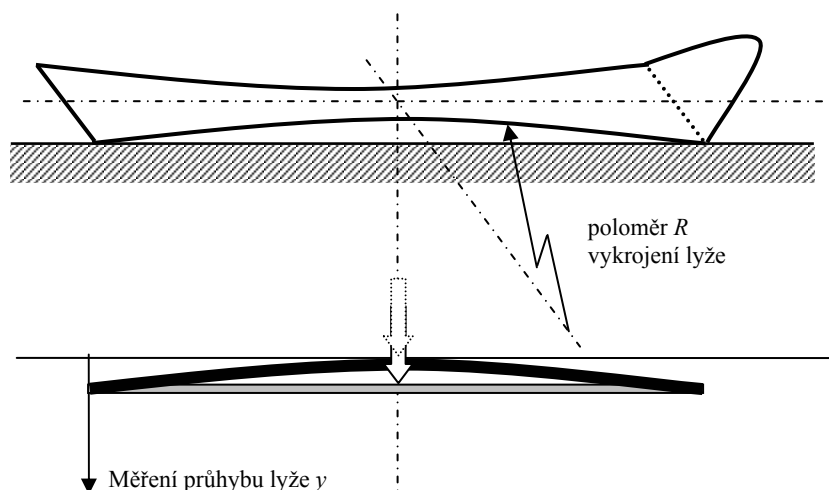
Pro níže nastíněná řešení si budeme všimnout několika základních úkonů carvingového lyžování:

- přímé jízdy
- jízdy v oblouku po spádnicí, tj. svahelem přímo dolů (pokud to samozřejmě zvládnete)
- jízdy v oblouku šikmo svahelem s proměnným úhlem od spádnice a s přechodem do vrstevnice
- jízdy v po vrstevnici, kam jste (alespoň věřím) přešli nádherně provedeným řezaným obloukem.

Je samozřejmé, že jistě dovedete dělat na lyžích i další kousky, ale nechtějte po mně příliš.

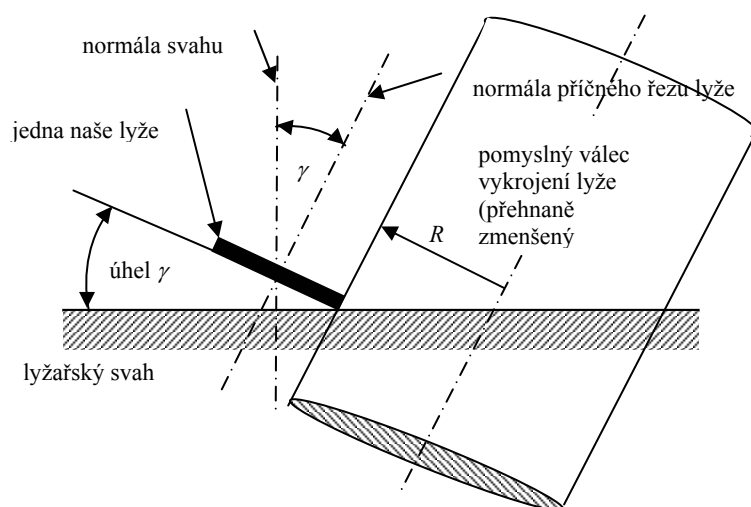
## 3. Přímá jízda a jízda po spádnicí

Co si budeme nahlávat, položit „vykrojenou“ lyži celou plochou skluznice na sníh a vydat se šílenou rychlostí přímo dolů není na „carverech“ žádná radost. Nožky začnou od drobných sněhových nerovností vibrovat ze strany na stranu a chvějí se jako osika. Jako by si říkaly o berličku. Ani ta kolikrát nepomůže (pokud ještě s těmi historickými hůlkami zrovna jedete). Ano lyže nevede stopu, protože není konstruována na váš právě zaujatý sjezdový postoj Hermana Mayera. Na to si poříd'te jiná prkénka. My musíme zatáčet! Nakloňte tedy lyži na hranu. Ano, teď se právě nacházíte v naší popisované poloze. Jistě se ještě upamatujete, jak jste pečlivě zvažovali, jakouže si to lyži vlastně máte koupit? S jakým „vykrojením“? Správná váhavost- poloměr vykrojení lyže (označme ho  $R$ ) totiž do značné míry ovlivní vaši jízdu. Představme si, že hledíte vzhůru po spádnicí a spatříte na ní jedoucího lyžaře, který se řítí přímo na vás. (Asi tak se mi to stalo, když jsem jednou svého synka fotil - nedofotil, ale to vám dovyprávím později). Postavíte-li lyži na hranu, dotýkala by se teoreticky na ideálně tvrdé podložce pouze ve dvou svých nejširších bodech - na patě a na špičce lyže, viz obr. 3.1.



Obr. 3.1 Tvar carvingové lyže a její průhyb

Působením tíhy i dynamické síly při jízdě se však lyže prohne tak, aby dosedla na rovinu svahu po celé délce hrany. Vymodelujte si pomyslný válec o stejném poloměru, jaké má vykrojení vaší lyže a položte ho kolmo na hranu lyže, asi tak, jak ukazuje obr. 3.2. Zároveň si představte, že se řítíte v náklonu pod úhlem  $\gamma$  (gama) po spádnici svahu. Hrana vaší lyže se nyní musí dotýkat jak svahu, tak pomyslného válce o poloměru křivosti lyže. Vůči svahu tak vykrouží poloměr zatáčení  $r$ .



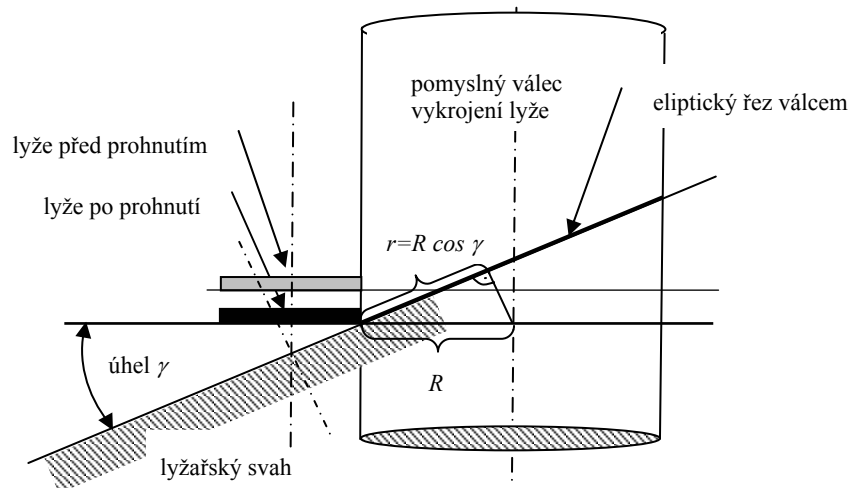
Obr. 3.2 Poloha příčného řezu lyže na spádnici při začátku oblouku

Tak si nejlépe představíme, proč dojde k tomu zázraku carvingu: lyže začne sama zatáčet (ani jste nehodili „prdelkou“, jak nás to učili za stárá, ani jste nenadlehčili a nepřitížili, jak vás to učili za mlada). Prostě to jede a umožní nám položit se tělem do oblouku, polaskat se tou obdivovanou ladnou křivkou lyžařského boku. Lyže vytvořila poloměr zatáčky  $r$  a zařízla se do svahu a vy jedete jako po kolejnici. To vše si ještě jednou prostudujte podle obr. 3.3, ve kterém pomyslný válec jen natočíme do hezčí polohy. Je odtud zřejmé, že jedete po oskulační kružnici vepsané do hlavního vrcholu elipsy, kterou získáme šikmým řezem rovinou svahu

našeho pomyslného válce zakřivení lyže. Velikost poloměru je přitom dána, jak plyne z analytické geometrie, vztahem

$$r = R \cdot \cos \gamma . \quad (3.1)$$

Úhlem  $\gamma$  budeme nadále označovat úhel mezi normálou svahu a normálou příčného řezu lyže. (Normála je přímka, která je kolmá na uvažovanou plochu nebo křivku řezu plochy v daném bodě).



Obr. 3.3 Model zatížené a prohnuté lyže v oblouku na spádnicí

Přímou jízdu lze tedy charakterizovat nulovým úhlem náklonu ( $\gamma=0$ ), zatímco jízda v oblouku započatém na spádnicí znamená postavení lyží pod určitým kladným sklonem ( $\gamma>0$ ).

### 3.1. Rovnováha sil při náklonu

Co nás udržuje v tomto náklonu, abychom se neocitli v pádu lyžařských kotrmelců? Ani pro laika není těžké najít odpověď, zejména pokud si uvědomí analogii s jízdou na kole, kdy také vyrovnává „rovnováhu těla“ náklonem do zatáčky. Vskutku zákony mechaniky působí na každého! Udělejme tedy krátkou odbočku do této disciplíny a než nabereme pořádnou rychlost v přímém úseku, popišme si, co nás čeká, až se vřítíme do oblouku. Oživme dynamický záběr mého syna Radka, viz obr. 3.4, jako bychom v něm mohli pozorovat působící fyzikální síly (naštěstí jsme se tentokrát spolu minuli, takže fotografie i já jsme přežili). Umístěme bod  $T$ , představující těžiště osoby, někam do krajiny břišní. Právě do tohoto bodu můžeme pro představu pohybu hmotného bodu umístit následující síly:

- tíhu  $G$   $(G = m \cdot g)$  (3.2)

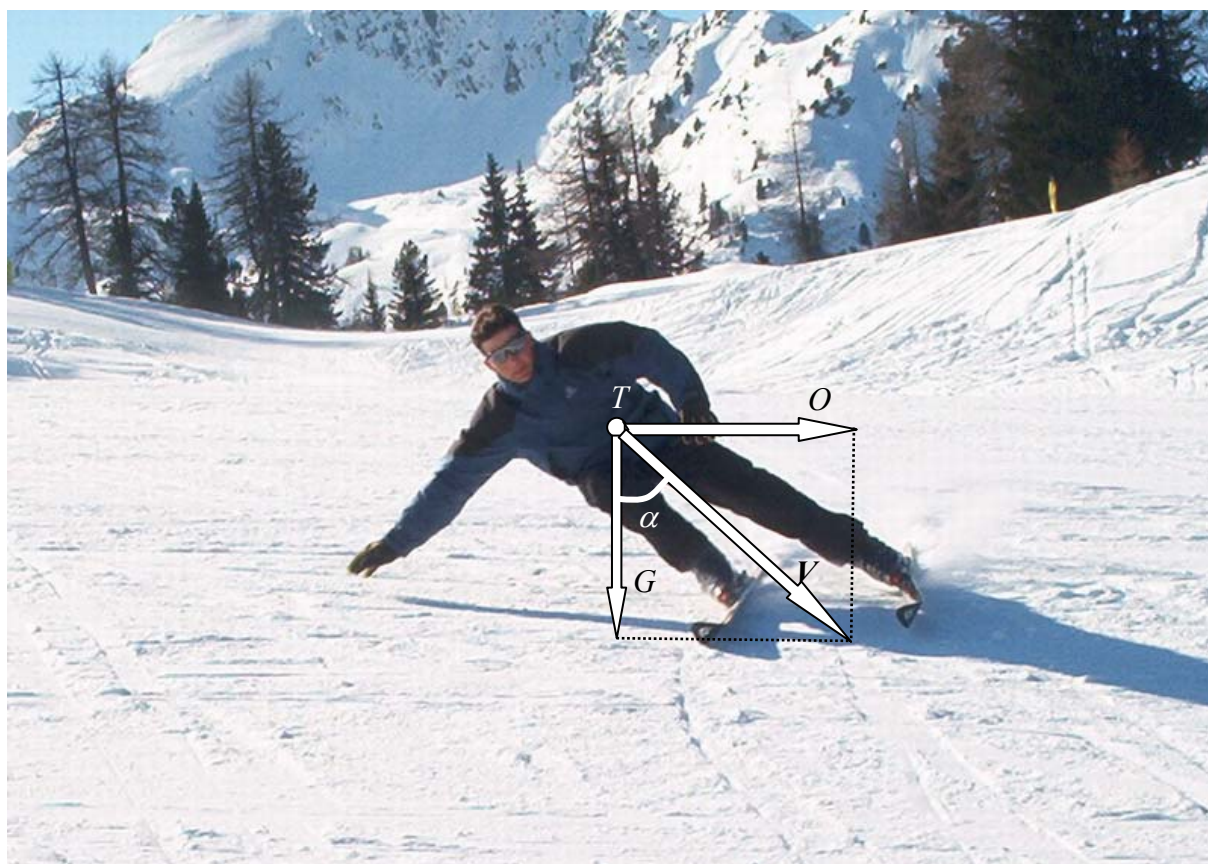
- odstředivou sílu  $O$   $(O = m \cdot r \cdot \omega^2 = m \frac{v}{r})$  (3.3)

- výslednici obou předchozích sil  $V$   $(V = \sqrt{G^2 + O^2})$ . (3.4)

Zde označujeme:

$m$	[kg]	hmotnost lyžaře
$g$	[ms <sup>-2</sup> ]	gravitační zrychlení ( $g=9,81 \text{ ms}^{-2}$ )
$\omega$	[s <sup>-1</sup> ]	úhlovou rychlost

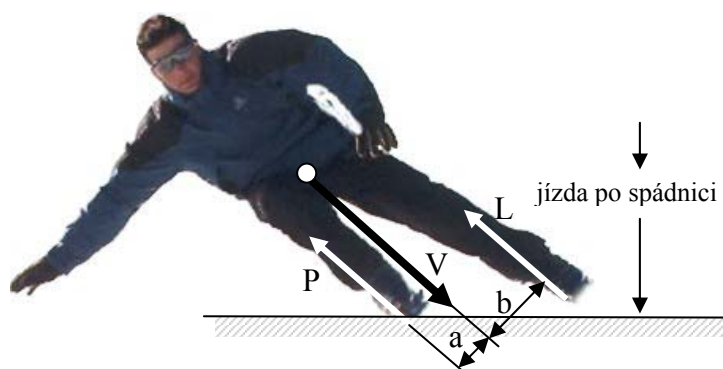
$v$  [ms<sup>-1</sup>] okamžitou rychlost lyžaře (obvodovou rychlost)  
 $r$  [m] okamžitý poloměr zatáčení



Obr. 3.4 Působící síly na lyžaře během zatáčky

Výslednici sil  $V$  musí udržet vaše trénované nožky. Na ně od svahu působí zpětně síly reakční  $L$  (v levé noze) a  $P$  (v noze pravé), které musejí být se silou  $V$  v rovnováze. Polohou těžiště těla můžete dokonce rozhodovat, která z nohou má být více zatížena. Popišme si to podle obr. 3.5. Pro rovnováhu sil musí být splněny rovnice rovnováhy sil, tzv. složková rovnice a momentová podmínka ve tvaru (pro jednoduchost budeme předpokládat rovnoběžnost obou reakcí):

$$P + L = V \quad \text{a} \quad P \cdot a = L \cdot b .$$



Obr. 3.5 Rovnováha reakcí a vnější dynamické síly

Z obrázku je patrné, že pokud výslednice bude směřovat tak, že rameno  $a=0$ , bude vnější lyže úplně odlehčena, takže reakce  $L=0$  a  $P=V$ . Naopak vychýlením těžiště na vnější stranu tak, že bude  $b=0$  a tedy reakce  $P=0$  a  $L=V$  zatížíme pouze vnější lyži. Další vychýlení těžiště ve stejném směru ( $b<0$ ) by však již znamenalo ztrátu rovnováhy. A nevěřím, že ani nejlepší z vás by neodcestoval v pádu kotrmelců ve směru tečny k původně zamýšlenému oblouku. Výslednice  $V$  by totiž vytvořila klopný moment, který reakce v nohou nemohou vyrovnat. Lyže bohužel není schopna přenášet reakci opačného smyslu, jak by bylo zapotřebí a klidně se nám od sněhu „odlepí“. Je nasnadě, že podobná ztráta požitku vás čeká i v případě, pokud se nakloníte příliš do oblouku ( $a<0$ ).

### 3.2. Určení úhlu náklonu

Jak vyplývá z obr. 3.4, lze vyjádřit výslednou sílu  $V$  jako

$$V = \frac{G}{\cos \alpha} = \frac{m \cdot g}{\cos \alpha} \quad (3.5)$$

Zde jsme označili symbolem  $\alpha$  (alfa) úhel náklonu lyžaře a pro jízdu po spádnicí platí, že je stejný, jako již zavedený úhel  $\gamma$ , tj. platí  $\alpha = \gamma$ .

Podle vztahů (3.2) až (3.4) můžeme sílu  $V$  vyjádřit ještě následovně

$$V = \sqrt{G^2 + O^2} = \sqrt{(mg)^2 + \left(m \frac{v^2}{r}\right)^2} \quad (3.6)$$

Porovnáním obou rovnic (3.5) a (3.6) pro  $V$  a vyjádřením hledaného úhlu náklonu lyžaře  $\alpha$  dostaneme vztah

$$\alpha = \arccos \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{v^2}{g \cdot r}\right)^2}} \quad (3.7)$$

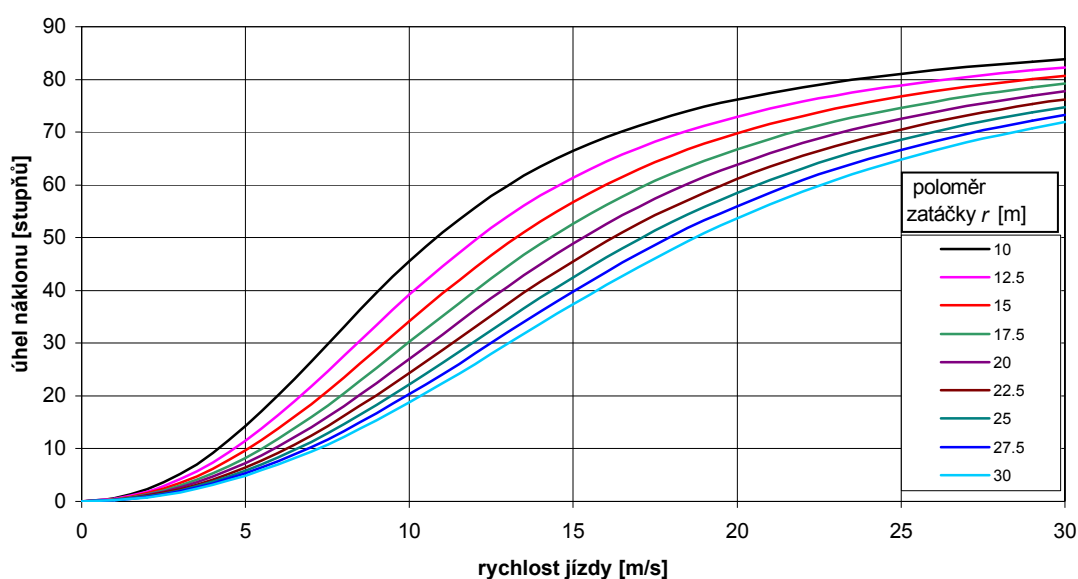
Jednotkou takto vyjádřeného úhlu jsou radiány [rad], které převedete na úhel ve stupních [deg] vynásobením  $\alpha[\text{deg}] = \alpha[\text{rad}] \cdot \frac{180}{\pi}$ .

Na výrazu (3.7) je zajímavé, že úhel náklonu zde nezávisí na hmotnosti lyžaře. Neboli i křehká blondýnka, co s vámi ještě před chvílí visela na sedačce, se musí právě tak položit do oblouku jako celá vaše uctivá hmota (má-li ovšem ambice projet stejný poloměr oblouku se stejnou rychlostí). Bude jistě zajímavé, podívat se na... (nechte už tu dívku na pokoji) ...na tuto závislost, jak vypadá při grafickém vykreslení. To nám ukazují křivky v grafu na obr. 3.6. Nevím, jak vy, ale já si troufám hledat v tomto grafu v oblasti rychlostí mezi 5 a 15 m/s, což odpovídá 18 a 54 km/hod. A tady je vidět, že např. pro takový pěkný oblouček o poloměru 20 m, se může váš náklon na spádnicí pohybovat od 7 až do 48 stupňů pro výše uvedenou oblast rychlostí. No, pro ještě ostřejší zatáčku ale musíte pěkně přitlačit na nožičky a naklopit lyže ještě více. Pro oblouk 15 m nám už vychází náklon téměř 56 stupňů (kdo by to dokázal)!

### 3.3. Výpočet výsledné síly působící do nohou

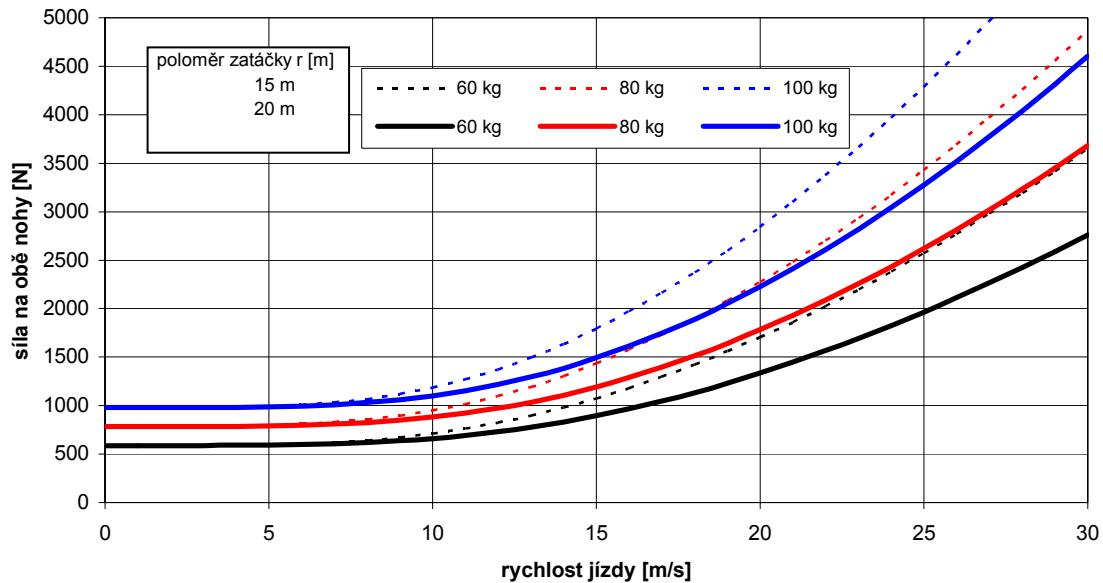
Pohrajete-li si s rovnicí (3.6) a dosadíte-li si diskrétně vaši tělesnou hmotnost i s výzbrojí, vyjde vám, jakou sílu by musely vaše nožičky v náklonu udržet. Pro moje parametry mi vychází  $V=1433$  N. Což je bezmála 1,8 g, vyjádříme-li to jako letci - v násobcích gravitačního zrychlení. Protože se nejedná o krátký časový impuls, nýbrž o poměrně dlouhé působení během jízdy v oblouku, je to opravdu hodnota jako v aeroplánu. On to také musí být pekelně pevný podklad, aby takový oblouk udržel. A když už by to nohy vydržely, nejspíše by mi lyže na ledové plotně podklouzla a já bych se stejně odporoučel, ostatně nebylo by to poprvé. Kdo se nechce zdržovat s počítáním sil, má takový graf na obr. 3.7.

Velikost potřebného úhlu náklonu při jízdě po spádnicí pro vykroužení daného poloměru zatáčky



Obr. 3.6 Graficky vynesená závislost vztahu (3.7)

Velikost síly na nohy při různé hmotnosti lyžaře a při vykroužení daného poloměru zatáčky



Obr. 3.7 Graf pro odhad výsledné síly  $V$

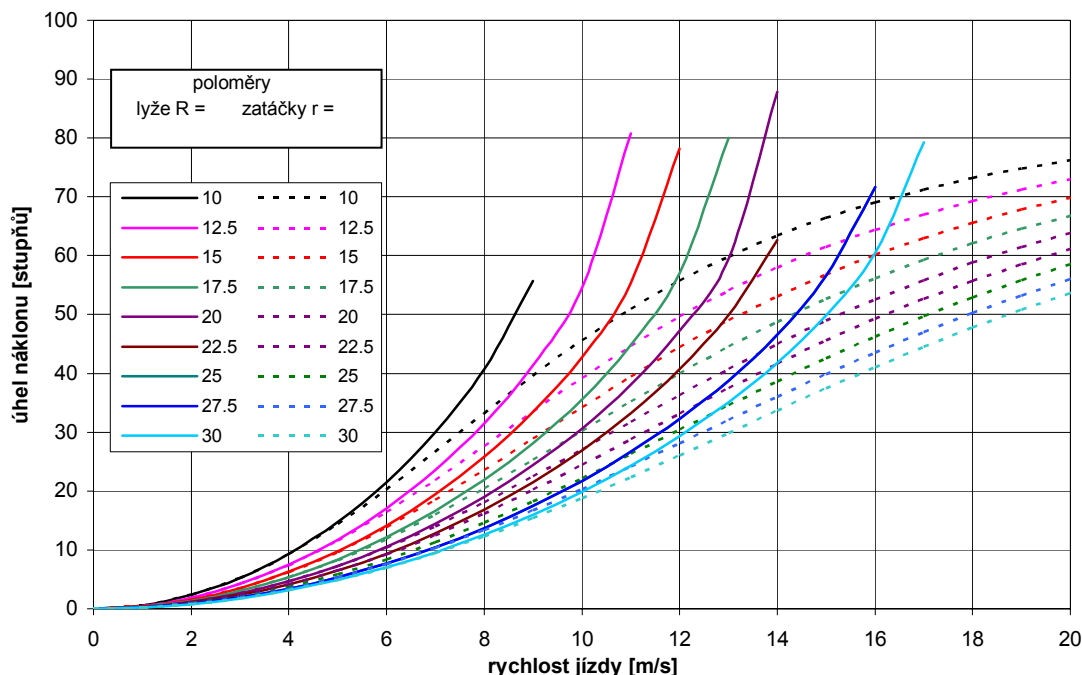
#### 3.4. Určení úhlu náklonu podle poloměru zakřivení lyže

Uvedené řešení se nám poněkud zkomplikuje, uvažíme-li, že poloměr zatáčení  $r$  se do značné míry odvíjí od poloměru vykrojení  $R$ , které mají naše lyže. Podle obrázku obr. 3.3 víme, že platí  $r = R \cdot \cos \gamma$ . Na spádnicí jsou zatím oba uvažované úhly stejné,  $\alpha = \gamma$ . Dosadíme-li tyto veličiny do rovnice rovnováhy (3.6), dostáváme jiné vyjádření pro úhel náklonu:

$$\alpha = \arccos \sqrt{1 - \left( \frac{v^2}{g \cdot R} \right)^2} \quad (3.8)$$

Vztah vypadá velmi podobně, jenom zmizel zlomek a kladné znaménko pod odmocninou nahradilo mínus. Je však třeba dosazovat  $R$ , tj. rádius vykrojení lyží. Kdyby tedy poloměr zatáčky neovlivňovaly jiné faktory, než uvažovaný poloměr vykrojení lyže a dynamické poměry jízdy (tj. rychlost lyžaře), mohli byste se v následujícím grafu pokochat, jaké lyže vlastně kupovat. Hledáte odpověď na otázku: „Jaký oblouk vykroužím v dané rychlosti bez námahy, mám-li lyže s takový a takovým  $R$ ?“ Nejprve si v grafu na obr. 3.8 ukažme rozdíl mezi oběma odvozenými rovnicemi (3.7) a (3.8).

Porovnání vlivu poloměru zatáčení a poloměru lyže na vytvoření úhlu náklonu při jízdě po spádnicí

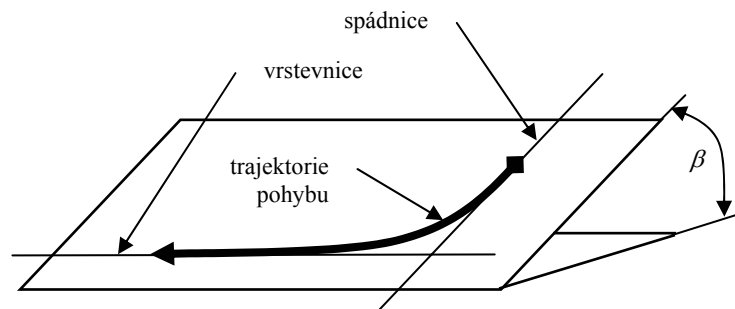


Obr. 3.8 Porovnání vynesných závislostí podle vztahů (3.7) a (3.8)

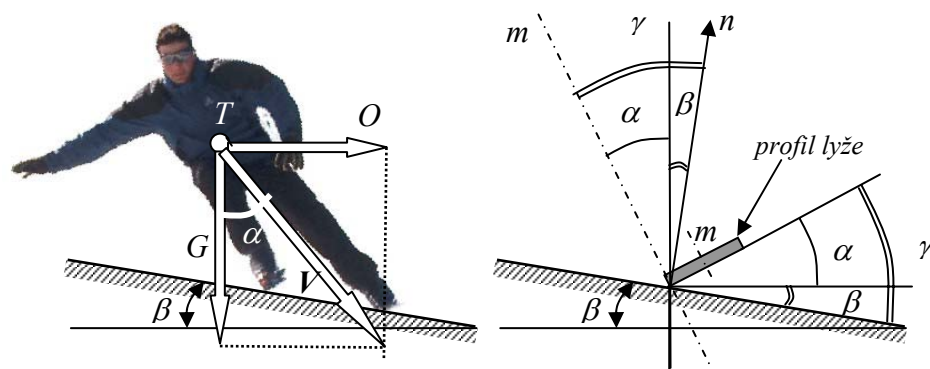
Z průběhů křivek je patrné, že zatímco ryze mechanicky nám pro vyšší rychlosti postačuje poměrně rozumný úhel náklonu, zvolíme-li lyže s malým rádiusem vykrojení, budeme se musit umět do nich ale řádně položit, neboť nás k tomu budou nutit svým vysokým vykrojením vedoucím k malým poloměrům zatáčení. Naštěstí ale jezdíme po sněhu a nikoli po kolejích (buť teoretických), dále potom kmitání lyže, její boční skluz a další vlivy způsobí, že vždy pojedeme po větším poloměru, než je výše uvažovaný poloměr oskulační kružnice elipsy, viz obr. 3.2. Skutečnost tedy bude někde mezi mezními zobrazenými křivkami, vykreslenými v uvedeném grafu (tj. mezi plnou a čárkovanou křivkou téže barvy). Ale to už je daň přijatým ideálním předpokladům, neboť pestrost reality k naší smůle (nebo štěstí?) nedokážeme vždy přesně vystihnout. A to jsme se ještě nepustili do analýzy jízdy po vrstevnici...

#### 4. Jízda po vrstevnici

Dosud jsme si to frčeli po spádnicí, kdy úhel náklonu odpovídal i úhlu sklonu lyží vůči svahu. Protože ale nabíráme příšernou rychlost, bylo by dobré rychle zatočit na vrstevnici... Pro kolegy a kolegyně, kteří tuto skutečnost ještě nevidí před očima, vysvětluje změnu směru obr. 4.1. Z dalšího obrázku obr. 4.2 by mělo být zřejmé, že skutečný úhel náklonu  $\alpha$  (tj. odborně úhel mezi normálou lyže  $m$  a vertikálou  $v$ ) a úhel sklonu svahu (úhel mezi normálou svahu  $n$  a vertikálou  $v$ ) ve svém součtu dávají zdánlivý úhel náklonu  $\gamma$  (tedy úhel mezi normálou svahu  $n$  a normálou lyže  $m$ ). To má důsledek pro dynamiku jízdy v oblouku. Vjedeme-li totiž ze spádnic na vrstevnici, je to, jako bychom již „na rovině“ nebo na spádnicí naklopili lyži o úhel svahu  $\beta$ . Zatímco tedy dynamické poměry jízdy nadále závisejí pouze na skutečném náklonu lyžaře (tedy na úhlu  $\alpha$ ), geometrické poměry rádiusu lyže na svahu a tedy i okamžitý poloměr zatáčení  $r$  určuje zdánlivý úhel náklonu  $\gamma$ .



Obr. 4.1 Jízda ze spádnice na vrstevnici



Obr. 4.2 Definice úhlů při jízdě na vrstevnici

Ne, nemusíte se bát dalších rovnic. Pro tentokrát stačí, jestliže použijeme již odvozené vztahy (3.5) a (3.6). Zatímco tedy silové poměry zůstávají nezměněny a v prvním vztahu ponecháme úhel  $\alpha$ , budeme dosazovat v důsledku změněného geometrického postavení lyže do vztahu (3.6) namísto úhlu  $\alpha$  velikost úhlu  $\gamma = \alpha + \beta$ . Potom poloměr oskulační kružnice, alias okamžitý poloměr zatáčení, bude  $R = r \cdot (\alpha + \beta)$  a pro výslednici sil dostáváme vztah

$$V = \frac{m \cdot g}{\cos \alpha} = \sqrt{(mg)^2 + \left( m \frac{v^2}{R \cos(\alpha + \beta)} \right)^2} \quad (4.1)$$

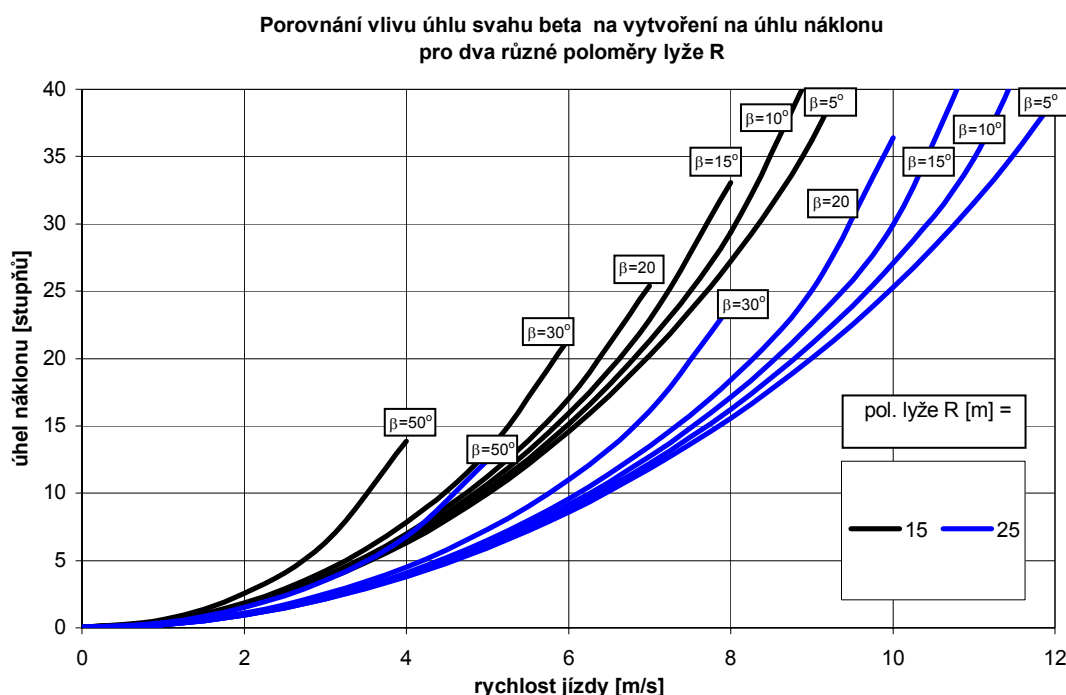
Rovnici ještě upravíme do tvaru

$$\frac{1}{\cos \alpha} = \sqrt{1 + \left( \frac{v^2}{g \cdot R \cdot \cos(\alpha + \beta)} \right)^2} \quad (4.2)$$

....a jsme v koncích?

No, přiznejme, není to nijak sympatická rovnice, pro výpočet neznámého úhlu  $\alpha$ . Explicitně se nám sotva podaří úhel vyjádřit. Sáhněme k numerickému nalezení kořenů. Abych vás příliš

nezdržoval, vždyť jistě už stříháte další oblouk, pohlédněte, jak vypadá toto řešení, viz graf na obr. 4.3.



Obr. 4.3 Grafické zobrazení řešení rovnice (4.2)

Z grafu je patrné, jak významně sklon svahu  $\beta$  přispívá k potřebě vytvořit větší úhel náklonu a to tím více, čím menší zvolíme poloměr vykrojení lyže.

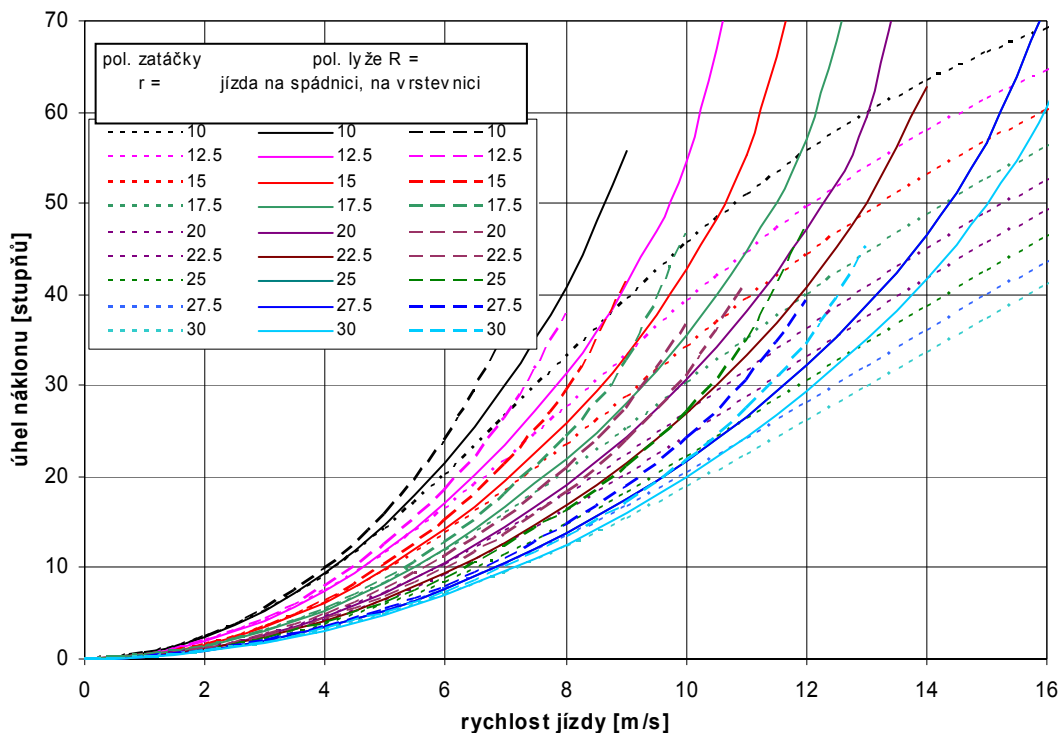
Poznamenejme ještě pro vysvětlení, že lyžaři udávají klesání sjezdovky v procentech [%].

Chcete-li si přepočítat úhel ve stupních na procento klesání, víme že platí  $\text{tg}\beta = \frac{y}{100}$ , kam za symbol  $y$  dosadíme klesání svahu v [%].

## 5. Porovnání výsledků pro jízdu po spádnici a po vrstevnici

Abychom si udělali představu, jak vypadá naše nové řešení vůči dvěma předchozím ukázaným případům při jízdě po spádnici, porovnejte ho na grafu v obr. 5.1. Výsledky ukazují, že při vyjíždění oblouku ze spádnice na vrstevnici „klesá“ potřeba dynamického účinku (tj. úsilí lyžaře o vykroužení oblouku), neboť sklon svahu do jisté míry „nahrazuje“ potřebný náklon lyže, teoreticky potřebný pro vytvoření poloměru zatáčky. Protože však obvykle vjíždíme do vrstevnice nabírajíce stále větší rychlost, roste velikost odstředivé síly s jejím kvadrátem a nás lyže na vrstevnici nutí stále více „utahovat“ oblouk!

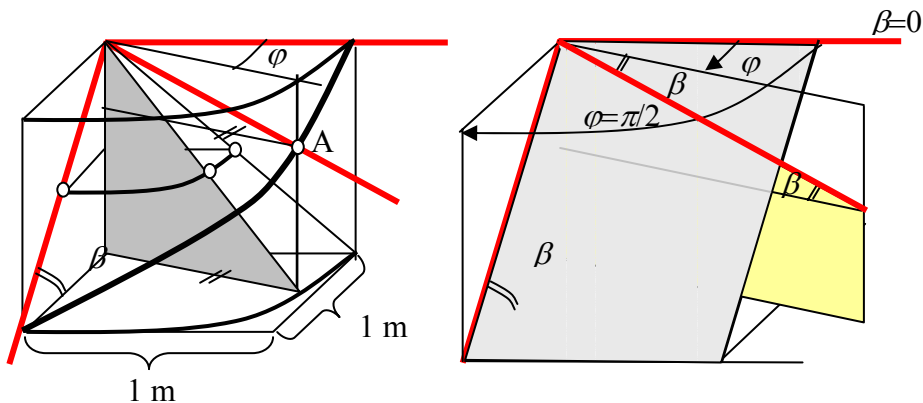
Porovnání vlivu poloměru zatáčení a poloměru lyže vytvoření na úhlu náklonu  
pro úhel svahu  $\beta = 10$  stupňů, tj. 17,6 %



Obr. 5.1 Porovnání řešení podle rovnic (3.7), (3.8) a (4.2)

## 6. Jízda od spádnice k vrstevnici

Jízda v samotném oblouku je tedy přechodem mezi spádnicí a vrstevnicí a úhel svahu je de facto proměnný mezi  $\beta = 0$  a  $\beta = \beta_{\max}$ . Situaci lehce pochopíte po prohlédnutí obr. 6.1. Necháme rotovat vyznačený trojúhelník o úhel  $\varphi$  do obecné polohy. Jeho rovina nám na „nářizně“ svah právě pod obecným úhlem  $\beta$ . Červeně jsou v obrázku potom vyznačeny obě krajní a obecná poloha sklonu svahu. Bod A, který tuto obecnou polohu určuje, se pohybuje po šroubovici.



Obr. 6.1 Popis úhlů při pohybu po oblouku

Božítku, to se ale mění s úhlem  $\beta$  i naše ukázaná řešení!

Naštěstí i zde můžeme již využít odvozeného vztahu (4.2) a dosazovat do něho tento proměnný úhel (stihnete-li ovšem za jízdy tak rychle iterovat ke správnému řešení). Pro okamžitý úhel  $\beta$  (v [rad]) platí

$$\beta = \frac{2 \cdot \beta_{\max}}{\pi} \cdot \varphi, \quad (6.1)$$

kde úhel  $\varphi$  měříme od vrstevnice, takže nám udává, v jaké fázi oblouku se právě nacházíme.

## 7. *Happy end*

Vidíte, ještě jste nedokroužili druhý oblouk a už známe jeho řešení v každé z jeho fází.

„Jak jednoduché! Jste pány nad svými lyžemi! To chce fotku“, tak by mohly znít mé výkřiky (abych vám to nezapomněl dovyprávět), když jsem se připravoval zachytit instruktážní obrázek „ostrého náklonu“ synka Radka. Bohužel, celá teorie se obrátila v prach. Nejste pány nad svými lyžemi! Prkýnka se zakrojí a oblouk vás nepustí. Ano, tušíte, jsme u konce načatého dramatu... Synek mě odstřelil ze sjezdovky i s fotoaparátem! Zvedám se, počítaje zdravé i naražené kosti (zlomeniny naštěstí vyplnily jen prázdnou množinu). „Tot' je však báječné“, chce se mi křičet, „ta teorie funguje, lyže jede jako v koleji po vypočteném poloměru, nikdo s tím nic neudělá!“. Jenom jsme asi špatně oditerovali trajektorii a já si opravdu vybral místo nanejvýš nevhodné. Inu zkuste to ostatně sami! Přeji vám divokou ale bezpečnou jízdu.